

La Didattica della Matematica alla svolta del millennio: radici, collegamenti e interessi.¹

D'Amore B. (2000). La Didattica della Matematica alla svolta del millennio: radici, collegamenti e interessi. *La matematica e la sua didattica*. 3, 407-422.

Bruno D'Amore

N.R.D.
Nucleo di Ricerca in
Didattica della Matematica
Dipartimento di Matematica
Università di Bologna, Italia

Facoltà di Scienze
della Formazione
Libera Università di Bolzano
Freie Universität Bozen
Bressanone – Brixen (Bz), Italia

Summary. Questo articolo è idealmente diviso in due parti. Nella prima si tenta una strutturazione teorica della Didattica della Matematica all'interno di un panorama assai più vasto (radici) che va dalle altre Didattiche disciplinari, alla Didattica generale, alla Pedagogia (collegamenti). Nella seconda si ipotizzano scenari di possibili sviluppi nella ricerca futura (interessi).

Quando si vuol parlare di “didattica”, il primo impulso è di partire dalla Grecia antica e tentare una sorta di storia della Pedagogia, all'interno della quale inserire la nostra disciplina. Ma, a ben guardare, visti gli specifici interessi della nostra comunità internazionale di studiosi, la nostra storia deve cominciare invece dalla nascita del concetto di scuola, cioè dal XVIII secolo, e non solo in Europa. Questo perché solo a partire dal XVIII secolo è avvenuto un fenomeno di grande portata innovatrice, talmente diffuso al giorno d'oggi

¹ Lavoro eseguito nell'ambito del Programma di ricerca locale: *Ricerche sul funzionamento del sistema allievo-insegnante-sapere: motivazioni della mancata devoluzione*, con finanziamento 60%. Questo articolo è stato pubblicato in lingua spagnola sulla rivista *Educación Matemática* di Mexico DF nel numero 1 del 2000.

da non essere nemmeno più riconoscibile, e cioè la istituzionalizzazione delle conoscenze. A forme di trasmissione personale e singolare di competenze (ad allievi che potevano essere chierici, scudieri, figli di nobili, apprendisti, futuri sacerdoti etc, comunque categorie specifiche e non tra loro mescolabili) si sono sostituite forme di trasmissione plurime (ad allievi che potevano o quasi avere qualsiasi genere di estrazione); da fatto isolato e privato che dunque si svolgeva in luoghi adibiti generalmente ad altro, si è passati a fatti organizzati e stabili, da svolgersi in appositi luoghi deputati a ciò.

Credo di poter sostenere che vi sono due radici ben distinte a monte delle caratterizzazioni teoriche più generali, relative alle “didattiche”:

- la speculazione filosofica attorno a questo genere di problematiche, tutto sommato nuove per quel periodo;
- la istituzionalizzazione delle problematiche dell’insegnamento e lo studio specifico di questa nuova realtà.

Forse, come dice Emile Durkheim [1858-1917], è proprio all’interno di queste nuove istituzioni che si sviluppa l’idea di una «teoria pratica», né solo arte né solo scienza: conoscenza dei fatti educativi e riflessione sulla pratica dell’insegnamento collettivo istituzionalizzato.

Senza entrare in troppi dettagli, è ovvio allora che la Pedagogia abbia sviluppato l’interesse a coltivare contemporaneamente due tipi di aspetti concernenti l’educazione collettiva istituzionalizzata:

- aspetti descrittivi (per esempio la conoscenza delle istituzioni stesse)
- aspetti normativi (per esempio i principi generali dell’educazione: metodi e finalità).

Anzi, a lungo andare, la continua militanza in questo tipo di studi ha portato la Pedagogia, più di ogni altra disciplina, a farsi promotrice di rinnovamenti istituzionali, sia per quanto concerne gli aspetti descrittivi sia per quanto concerne gli aspetti normativi.

Questa doppia caratteristica, dallo spettro così ampio, è evidente anche nei casi in cui lo studioso si reputa essenzialmente legato agli aspetti pratici: si trova sotto il nome di Pedagogia a partire da allora una quantità enorme di teorizzazioni dalle esigenze più o meno elaborate e con varie pretese, che vanno dalla banale “ricetta”² fino ad enunciati e regole didattiche profonde e generali; si va da tecniche di studio a metodologie di insegnamento; eccetera; il che è testimonianza, da una parte della varietà immensa dei campi possibili, e dall’altra dell’ambizione scientifica di questo tipo di studi, evidenziata ancora di più dai molteplici tentativi di creare modelli o di effettuare verifiche sperimentali.

² La “ricetta” è oggi molto presente sulle riviste di diffusione (cioè: non di ricerca) o nei corsi per insegnanti tenuti da persone con esperienza didattica ma privi di competenze scientifiche nella Didattica della disciplina.

A mio avviso qui sta la differenza che si è venuta sempre più rafforzando tra i teorici (pedagogisti) ed i pratici (pedagoghi): questa distinzione, non del tutto ancora entrata nella pratica consueta, è storia assai recente nella lingua italiana, tanto è vero che appare solo su alcuni vocabolari della lingua italiana e non su tutti (per esempio, appare sul vocabolario Zingarelli ma solo a partire da edizioni degli anni recenti), e ancora non esiste in certe lingue moderne, per quanto diffuse.

Ora, si potrebbe pensare che, così come la Pedagogia è riuscita infine a liberarsi dal “giogo” della Filosofia ed a costituirsi come disciplina autonoma, la Didattica è riuscita nello stesso senso a liberarsi dal “giogo” della Pedagogia ed a costituirsi come disciplina autonoma. Qui il discorso sarebbe lungo e complesso, anche perché, nel frattempo, sono nate le Scienze dell’educazione rivendicando una distinta autonomia forte rispetto alla Pedagogia. Va detto per correttezza che è vero che c’è chi vede la Didattica come parte delle Scienze dell’educazione (e sono attualmente i più), ma c’è anche chi vede il viceversa (Mialaret, 1982).³

Che cosa comprende, di che cosa si occupa la Didattica? Non è facile rispondere a questa domanda, così semplice, forse proprio a causa della sua semplicità ed immediatezza.

Secondo diversi Autori

- la Didattica è quella parte della Scienza dell’educazione che ha come scopo lo studio dei processi di insegnamento ed apprendimento nella loro globalità indipendentemente dalla disciplina in oggetto, ma tenuto conto del rapporto istituzionale;
- altri eliminerebbero la citazione di questo rapporto, ma darebbero invece più peso alle discipline;
- altri insistono sulla peculiarità del fatto che il rapporto abbia luogo in istituzioni formalizzate;
- altri parlano di Didattica comunque, in qualsiasi situazione di insegnamento - apprendimento;
- altri ancora dicono che la Didattica sarebbe di nuovo la Pedagogia stessa ma senza più la Filosofia;

...

³ Rinvio il lettore interessato a questo dibattito a seguire i moltissimi lavori che si pubblicano su questo tema, così attualmente in fermento, specie in Italia. In particolare, suggerisco Calonghi (1993) (ed ivi in particolare l'articolo di Cesare Scurati che, appunto, si occupa della relazione tra Didattica e Scienze dell’educazione proprio nel senso che sto cercando di precisare); inoltre si veda Bertolini (1994).

In Brun (1996a) si trova: «La didattica, in quanto scienza della produzione, organizzazione e gestione dei beni del sistema di insegnamento-apprendimento, si riallaccia alla questione epistemologica relativa alla trasformazione delle conoscenze».

In Schubauer-Leoni (1996) si opera una doppia distinzione tra:

- scienze cognitive e didattica;
- psicologia e didattica.

La prima è ottenuta accettando le tesi di Conne (1996): «La sfida dell'epistemologo genetico consiste nel mostrare come lo sviluppo delle conoscenze di un soggetto epistemico, rispondente a dei meccanismi di adattamento all'ambiente e di equilibrio delle strutture cognitive, impone il suo marchio fin nella costruzione sociale dei saperi scientifici più elaborati (...); la sfida che riguarda il didatta è, all'opposto, di mostrare come le forme e le norme prestabilite del sapere, considerato in quanto prodotto storico-culturale, possono a loro volta essere adattate a questi meccanismi senza snaturare la conoscenza e soprattutto senza far perdere il senso culturale del sapere».

La seconda distinzione è spiegata dalla stessa Schubauer-Leoni (1996): «L'individuo, soggetto della psicologia cognitiva o socio-cognitiva, è quindi studiato in quanto allievo alle prese con una situazione didattica e quindi con un sapere specifico. Assistiamo allora ad uno *spostamento della funzione della cognizione* negli studi di didattica rispetto a quelli della psicologia. In effetti, nel caso della didattica, le procedure cognitive, i “gesti mentali” dei soggetti, l'emergenza di concezioni nuove sono analizzati non solo in quanto prodotti dei *controlli interni* che i soggetti esercitano sul problema, ma anche in funzione dei *controlli esterni* provenienti dalla situazione. Non si tratta quindi di produrre una teoria psicologica del soggetto alle prese con un problema matematico pretesto; occorre invece progredire nella comprensione delle *condizioni* che rendono possibile l'incontro dell'allievo con il problema e la relativa assunzione da parte dell'allievo stesso».

La tentazione più forte per me sarebbe quella di partire dalle Didattiche disciplinari, qualunque cosa esse siano,⁴ e tentare di definire la Didattica generale per astrazione rispetto alle Didattiche disciplinari; alcuni studiosi di Didattica generale sembrano approvare questo modo di pensare (Genovesi, 1996), altri sono contrari perché, dicono, così facendo si ridarebbe alla Didattica generale (nei confronti delle Didattiche disciplinari) quel ruolo deleterio che fu della Pedagogia proprio nei confronti della Didattica.

Ora, non è mio il compito di definire e di risolvere questa questione così spinosa e così ancora violentemente dibattuta: penso anzi che resterà a lungo aperta ...

⁴ Qui si potrebbe almeno porre come base il *fatto* che, almeno da qualche centinaio d'anni, le discipline, comunque, si insegnano ...

Credo invece che interessi soprattutto sapere che, in un certo senso, questo dibattito è iniziato da secoli; cercherò di mostrarlo.

Nel secolo XVIII ci si appassionò alla domanda: che cosa vuol dire “semplice da capire”? Il “semplice” è un fatto assoluto o relativo? Il “semplice” è tale indifferentemente, tanto per lo scienziato quanto per il bambino? O c’è differenza? Se sì, quale?

Queste domande trovano tentativi di risposte addirittura nella *Encyclopédie* di Jean-Baptiste Le Rond d’Alembert [1717-1783] e Denis Diderot [1713-1784], e soprattutto negli articoli *Analisi, Sintesi, Metodo, Elementi di scienze*. Si tratta, a mio avviso, già di uno specifico studio di Didattica che si differenzia da interessi generali della Pedagogia. [Insisto: se, per esempio, si trattasse di esempi tratti dalla Chimica, sarebbe Didattica della Chimica (cioè la specificità viene dall’oggetto di conoscenza trattato)].

Potrebbe essere interessante, tanto per avere un’idea della cosa, vedere come d’Alembert, autore della voce *Elementi di scienze*, tenti di far scaturire idee didattiche dall’ipotesi cartesiana di sintesi, dal semplice al complesso, ma come sia costretto lui stesso ad ammettere che la cosa si complichino immediatamente. So di forzare un po’ la mano, ma è come se si cominciasse ad ammettere che c’è una profonda differenza tra:

- la disciplina in sé (proseguendo nel nostro esempio, la Chimica) per come è conosciuta e praticata dagli specialisti, dagli scienziati, dai chimici insomma;
- la Didattica generale in sé, per come consta di asserzioni generali credibili e garantite da riflessioni significative condotte da esperti nel settore;
- la Didattica disciplinare in sé, che ha tutt’altri parametri, paradigmi e scopi.

Il vero punto in discussione è evidenziato quando d’Alembert tenta di vedere che cosa significa che un concetto *precede* un altro: da quale partire, da quale prendere le mosse, quali sono i concetti primi?

Per esempio, in Matematica, lo scienziato usa prendere le mosse da idee come spazio, piano, retta, punto, numero, ... ed alcuni “collegamenti” tra essi; siamo proprio sicuri che nella Didattica della Matematica questo sia conveniente? Gli elementi primi dello scienziato sono o devono necessariamente essere gli elementi primi dell’allievo?

Più che accettare gli elementi primi dello scienziato, non vale forse la pena di ripercorrere la generazione delle idee che hanno portato a scegliere quegli oggetti come oggetti primi?

Non è qui il caso di approfondire, ma è singolare come proprio questo dibattito di stampo didattico faccia passare d’Alembert da una posizione tutta cartesiana ad una lockiana e poi come tenti di conciliare le due: «Le idee semplici possono ridursi a due specie: le une sono delle idee astratte (...) la seconda

specie di idee semplici è racchiusa nelle idee primitive che noi acquisiamo attraverso le nostre sensazioni».

Ma: gli elementi che i bambini che si avvicinano per la prima volta allo studio delle scienze sono in grado di comprendere, sono o no gli elementi delle scienze? O: sono almeno della stessa natura?

- Se si risponde di sì, allora il metodo didattico è una ristrutturazione, una sistemazione, una messa in scena progressiva degli elementi delle scienze, del sapere degli scienziati (Kintzler, 1989);
- se si risponde di no, come si passa dalle competenze infantili, dagli elementi cognitivi in possesso di un bambino piccolo, al sapere scientificamente inteso?

In ogni caso, che legame c'è tra gli elementi primi acquisibili dal bambino e gli elementi primi delle scienze?

[Queste domande sono relativamente moderne; è ben nota la frase attribuita ad Euclide secondo la quale *non ci sono vie regali alla matematica*. A questa frase sono stati attribuiti nel tempo vari significati uno dei quali è il seguente: l'unico modo di apprendere la Matematica è di ripeterla ed esercitarsi sui suoi testi, fino ad ... assorbirla. Ciò richiede tempo, fatica e non si tratta certo di un processo accorciabile (d'altra parte, non siamo lontani da posizioni ancora oggi abbastanza condivise da molti insegnanti, in questo campo, quello specifico della Matematica: non esiste un problema della Didattica della Matematica; l'insegnante deve fare null'altro che ripeterne i teoremi, e gli studenti apprenderli)].

A mio avviso, a partire da questo dibattito, si comincia a delineare una terna di contenuti:

- i contenuti della disciplina d , stabiliti da essa stessa, dalla sua storia;
- i contenuti della Didattica di quella disciplina, diciamo per intenderci: D_d ; essa ha come oggetto di studio la sistemazione (nell'ottica: insegnamento → apprendimento efficace) degli elementi della disciplina d , ma i contenuti specifici di D_d non sono più meramente i contenuti della disciplina d , sono nuovi rispetto a d ;
- i contenuti di un'altra teoria, più generale, che si potrebbe identificare in quella che pone il problema di come passare, al di là del caso specifico, dai contenuti di d ai contenuti di D_d , qualunque sia la disciplina d ; si potrebbe allora cominciare a pensare ad una sorta di Didattica generale, intesa in questo senso.

Io, qui, mi occupo solo di Didattica della Matematica, anche se mi permetto molte divagazioni verso la Didattica generale. Sospendo la storia della nascita di una Didattica generale, per dire invece qualche cosa sulla nascita delle didattiche disciplinari.

Quasi tutti oggi considerano gli *Elementi* di Euclide un'opera a scopo didattico; ma anche il contenuto del Papiro di Rhind (nella sua forma originaria, 1850 a. C.) potrebbe essere un'opera destinata alla didattica in quanto ne possiede varie caratteristiche. Ciò per dire che il problema ha migliaia d'anni di storia.

Non solo, ma nei secoli si sono sviluppate idee e concezioni diverse relativamente alla Didattica della Matematica (in particolare della Geometria). Tuttavia ogni proposta didattica si risolveva sempre in proposte concrete di percorsi, modalità, cambi di assiomatiche, progetti, ..., dunque prospettive diverse; è per questo che si usa dire che solo nei primi decenni del XX secolo sono nati veri e propri studi sulla Didattica intesa come disciplina in sé (CherVEL, 1988). Attraverso gli studi di storia delle Didattiche disciplinari, si apprende che la scuola ha teso solo da allora a "scolarizzare i saperi", dando loro una veste particolare, proprio allo scopo di renderli insegnabili (D'Amore, 1999a).⁵

Problematiche come la trasposizione didattica o l'ingegneria didattica possono nascere, ha senso che nascano, solo all'interno di strutture istituzionalizzate del sapere, nelle quali si analizzano i passaggi dal sapere all'allievo e viceversa, secondo la mediazione dell'insegnante, pensato come il rappresentante dell'istituzione, colui che ha come compito quello di sancire il risultato ottenuto dall'allievo.

Detto in altre parole, lo sforzo del docente in precedenza era sempre stato quello e solo quello di *ripetere* la disciplina, nella lingua, nei modi e nelle forme ritenute peculiari di essa, semmai in modo personale, dunque esponendo implicitamente un proprio modo di vedere le cose. Chi, per una qualche forma di misteriosa ... osmosi, apprendeva, bene: poteva ritenersi un fortunato; chi non avesse appreso, dava probabilmente semplicemente di sé l'idea di non avere il famoso "bernoccolo" per quella disciplina (e, nel caso della Matematica, è facile constatare in quanti siano privi di tale "bernoccolo", visto che ben pochi sembrano coloro disposti ad ammettere di aver sempre compreso la Matematica!).

⁵ «Con il termine "scolarizzazione del sapere" intendo qui riferirmi a quell'atto in larga misura inconsapevole, attraverso il quale l'allievo, ad un certo punto della sua vita sociale e scolastica (ma quasi sempre nel corso della Scuola Elementare), delega alla Scuola (come istituzione) ed all'insegnante di scuola (come rappresentante dell'istituzione) il compito di *selezionare per lui i saperi significativi* (quelli che lo sono socialmente, per status riconosciuto e legittimato della noosfera), rinunciando a farsi carico diretto della loro scelta in base a qualsiasi forma di criterio personale (gusto, interesse, motivazione,...). Poiché questa scolarizzazione comporta il riconoscimento dell'insegnante come depositario dei saperi che socialmente contano, è anche ovvio che vi è, più o meno contemporaneamente, una scolarizzazione dei rapporti interpersonali (tra studente ed insegnante e tra studente e compagni) e del rapporto tra lo studente ed il sapere: è quel che (...) si chiama "scolarizzazione delle relazioni".» (D'Amore, 1999a).

Chervel discute inoltre della libertà della creazione della disciplina, a fini scolastici, da parte dell'insegnante: «nel quadro di una finalità ben definita, la libertà teorica di creazione disciplinare dell'insegnante si esercita in un luogo e su un pubblico determinati, l'aula da una parte, gli allievi dall'altra» (Chervel, 1988).

Questo punto, ancora una volta, mi spinge da un lato a confermare che solo considerazioni di questo tipo (sulla disciplina) permettono di dire che, a mio avviso, si sta sviluppando un discorso critico che definisce i contenuti di una Didattica disciplinare; dall'altro lato che c'è necessità di ravvisare una teoria che garantisca le liceità di studi generali di questo tipo, la loro coerenza, il confine tra possibile e corretto (e questo, secondo me, non riguarda la disciplina in senso stretto e potrebbe invece costituire un ponte tra la Didattica disciplinare e la Didattica generale).

È attraverso le forme del sapere scolarizzato (o, meglio: che deve essere reso scolarizzato) che si concretizza la necessità delle fasi di transizione: quali sono le chiavi di accesso al sapere disponibili? Come farne uso? Perché? Con quali obiettivi?

Domande di questo genere *devono* avere risposte disciplinari; guai se non fosse così: avremmo una Didattica a vuoto, inaccettabile.

Ma non sarebbe corretto e responsabile affidare la risposta a queste domande solo agli esperti di Didattica disciplinare: è necessario avere compiute riflessioni molto più ampie, anche indipendenti dalle discipline singole. Ancora più temibile, in un certo senso, è pretendere di affidare le risposte a queste domande ai disciplinaristi *tout court*, senza altra esperienza di didattica della loro disciplina se non quella *routinaria* di sé stessi come studenti o come docenti o basata sull'osservazione dei propri figli visti all'opera. L'esperto di disciplina potrebbe non avere la sensibilità (affinata negli anni, grazie ad una ricerca specifica costante) o meglio la competenza per distinguere tra le due forme di elementi primi, o tra le diverse accezioni di "semplice", e dunque proporre soluzioni didattiche fallimentari (purtroppo, la storia della Didattica della Matematica è piena di esempi di questo tipo).⁶

Ancora più interessante sembra essere la prospettiva che si delinea quando si ha il coraggio di accettare l'idea di "semplicità" e di "elementi" nella fase di primo apprendimento, chiamando *concetti* tutto ciò ed accettare di studiare direttamente lo sviluppo dei concetti nell'insegnamento. Questo è certamente il punto di vista di Vygotskij che studia lo scarto tra il concetto scientificamente inteso e quello che potremmo chiamare "misconcetto" posseduto dall'allievo:

⁶ Mi piace banalmente affermare che la Didattica della Matematica è una disciplina autonoma, né Didattica generale né Matematica né, soprattutto, ricettario di buon senso. Nulla di peggio di una Didattica basata sulla semplice esperienza di insegnamento anche se pluriennale, non legata cioè a profondi studi specifici e soprattutto *di ricerca* nel settore. (Ma che fatica far capire questo, anche a colleghi matematici, ancora a fine millennio!).

in questo senso, allora, si può dire *che l'apprendimento scolastico opera la trasformazione del pensiero concettuale* (Vygotskij, 1977, cap. IV).

Prima di lasciare le considerazioni generali ed addentrarmi sempre più nel dominio della Didattica della Matematica, farò ancora alcune considerazioni delle quali terrò conto nel séguito.

La Didattica generale, nel senso che ho precedentemente richiamato, ha vari rinvii:

- rinvia ad un certo tipo di discussione circa questioni di Pedagogia, che si riferiscono all'apprendimento, all'insegnamento, specifici della formazione degli insegnanti;
- rinvia a degli atteggiamenti teorici e pratici concernenti il "mestiere di insegnante"; affronta la questione della classe e dell'insegnamento attraverso considerazioni di tipo generale, se la si problematizza in modo generale; non si danno, cioè, le già citate "ricette", ma si evidenziano i problemi e si insegna a riconoscerli ed a circoscriverli;
- rinvia ad un programma che riguarda la didatticizzazione della Scienza dell'educazione; in particolare, la Didattica rivendica a sé la questione della formazione iniziale degli insegnanti e non la rinvia alla Scienza dell'educazione, ritenuta troppo generale.

La ricerca in Didattica ha dunque degli scopi sollecitati da bisogni, da esigenze concrete che si possono esprimere per esempio attraverso le seguenti domande: che cosa si deve fare e sapere per rendere l'insegnamento più efficace? Come gli allievi apprendono? Quali sono gli strumenti metodologici per adattare l'insegnamento alle capacità individuali? Come valutare l'efficacia della scelta metodologica? Come e con quali strumenti valutare? (Tanto per fare un controesempio, il "che cosa" valutare, a mio avviso, riguarda la Didattica disciplinare; ma l'analisi degli strumenti possibili per la valutazione può essere carico teorico della Didattica generale).

Ma tutto ciò è banale se non si basa su profonde e solide basi teoriche. Si devono costruire tali basi a partire da ricerche nelle quali studiosi di Didattica generale e disciplinare collaborino, per capire la teoria e le esemplificazioni, utili ad entrambi. Per esempio, è ovvio ed oggi accettato da tutti che l'epistemologia disciplinare è il cardine per studiare gli ostacoli all'apprendimento e la natura degli errori, il che ha forti ricadute nelle valutazioni di efficacia dell'azione didattica e nelle valutazioni del livello di apprendimento raggiunto. Ma l'epistemologia disciplinare deve essere studio e scopo non solo dei didatti della disciplina: lo studioso di Didattica generale che ignora del tutto le caratteristiche peculiari fondamentali delle epistemologie

disciplinari rischia di parlare a vuoto della Didattica generale stessa. Ovviamente ciò non significa che il didatta generale deve essere un tuttologo: sto solo dicendo che necessita di informazioni peculiari dalle quali poter trarre esempi significativi nel caso di bisogno!

Ciò ha portato a sviluppare negli ultimi 30-35 anni una lunga serie di paradigmi metodologici nel mondo della Didattica della Matematica, quelli che cadono oramai sotto gli occhi di tutti e che costituiscono il linguaggio condiviso in campo internazionale della nostra disciplina: contratto didattico, teoria delle situazioni, campo concettuale, ostacoli etc. (D'Amore, 1999b); ma ha portato anche ad evidenziare studi e ruoli della ricerca in Didattica generale. Su questo punto, vediamo in ordine cronologico il pensiero di alcuni Autori:

■ secondo Vergnaud (Vergnaud, Holbwachs, Rouchier, 1977): «Occorre scartare ogni schema riduzionista: la didattica non è riducibile né alla conoscenza di una disciplina né alla psicologia, né alla pedagogia, né alla storia, né all'epistemologia. Essa suppone tutto ciò, ma non vi si può ridurre; essa ha una sua identità, suoi problemi, suoi metodi. Questo è ora un punto acquisito per i ricercatori che sono impegnati su questa strada»;

■ secondo Brun (1981): «Il rinnovamento del termine "didattica" in scienze dell'educazione contiene la volontà di ridare importanza all'analisi dei contenuti d'insegnamento»;

■ secondo Lacombe (1985): «La didattica riguarda essenzialmente la trasmissione delle conoscenze e delle capacità; essa costituisce, di conseguenza, il nucleo cognitivo delle ricerche sull'insegnamento»;

■ secondo Audigier (1990): «La didattica si differenzia dalla pedagogia per la sua presa in conto sistematica dei contenuti disciplinari».

Questo per quanto riguarda la Didattica generale ed i suoi interessi per le discipline. Se invece si vuol tentare di definire che cos'è una Didattica disciplinare, vediamo che cosa asseriscono altri Autori:

■ Douady (1984): la Didattica della Matematica è «lo studio dei processi di trasmissione e di acquisizione dei diversi contenuti di questa scienza (la matematica) [e] si propone di descrivere e spiegare i fenomeni relativi ai rapporti tra il suo insegnamento ed il suo apprendimento. Essa non si riduce affatto a cercare una buona maniera di insegnare una data nozione»;

■ Vergnaud (1985a): «La didattica di una disciplina studia i processi di trasmissione e di acquisizione relativi al dominio specifico di questa disciplina, o delle scienze vicine con le quali essa interagisce».

Credo, però, che il modo migliore di evidenziare il contenuto, gli scopi, le metodologie della Didattica della Matematica e, almeno in parte, dell'attuale ricerca in Didattica della Matematica, sia quello di approfondirne, passo dopo

passo, alcuni dei suoi contenuti salienti. Anche perché sul tema della specificità della ricerca in Didattica della Matematica il dibattito è stato nel recente passato così forte che sono stati prodotti studi interessanti. In via preliminare, si potrebbero leggere Brun e Conne (1990) e Boero (1992).

Per una storia dell'idea di Didattica, per come la si intende oggi, rinvio ad Artigue e Douady (1986) che, pur con alcuni distinguo, fanno risalire la sua nascita al 1974 in Francia.

Tutto quanto sopra esposto ha aperto più volte la questione tutt'altro che banale della preparazione degli insegnanti di Matematica. Le varie nazioni del mondo hanno deciso di percorrere strade differenti, spesso anche molto diverse tra loro, e non è qui il caso di scendere in particolari.

Nel passato millennio abbiamo tentato di smontare l'idea, tuttavia ancora viva, che: «per insegnare la Matematica basta conoscere la Matematica». Non può essere così, non è mai stato così: già nel XVIII secolo si era capito che non è così!

Mentre rinvio a Godino (1996) ed a D'Amore e Martini (1999) per un approfondimento, qui mi limito a far osservare che il grande matematico Felix Klein [1849-1925] lamentava già verso la fine del XIX secolo la mancanza di una preparazione alla professione di insegnante di Matematica presso le Università (Loria, 1933). Secondo Klein il periodo degli studi universitari costituisce semplicemente una parentesi, quella che egli chiamò la *parentesi universitaria*. Prima, il futuro insegnante è uno studente di scuola secondaria superiore, poi vive questa parentesi, infine rientra, da insegnante, nella scuola secondaria; non avendo avuto alcuna preparazione a questa professione, non può che adeguarsi a quel modello pre-universitario che aveva già vissuto.

Queste, le mie premesse.

Se almeno in parte esse sono condivise da qualcuno dei lettori, allora è lecita la domanda: che cosa aspettarci, tra gli sviluppi futuri? Quali tipi di ricerche potranno assumere un interesse rilevante?

Per vari motivi, che brevemente renderò espliciti, io “scommetto” su:

- registri, semiotica e noetica
- il problema della mancata devoluzione
- il problema del rapporto al sapere
- influenza della ricerca empirica sul lavoro concreto e sulla gestione curricolare da parte dell'insegnante.

In suoi lavori di grandissima rilevanza ed interesse, Raymond Duval (1988a,b,c, 1993, 1995) presenta la problematica dei diversi registri semiotici,

e la necessità della semiotica per giungere alla noetica. Per brevità, ammettiamo le seguenti definizioni:

semiotica =_{df} acquisizione di una rappresentazione realizzata per mezzo di segni

noetica =_{df} acquisizione concettuale di un oggetto.

Se pensiamo che nessun oggetto matematico ha una sua realtà oggettuale (nel senso aristotelico di “cosa”)⁷, allora ci troviamo in una situazione di grande interesse concettuale, ciò che Duval (1993) chiama “paradosso cognitivo” (specifico per la Matematica): «(...) da una parte, l’apprendimento degli oggetti matematici non può che essere un’apprendimento concettuale e, d’altra parte, è solo per mezzo di rappresentazioni semiotiche che è possibile un’attività su degli oggetti matematici. Questo paradosso può costituire un vero circolo vizioso per l’apprendimento. Come dei soggetti in fase di apprendimento potrebbero non confondere gli oggetti matematici con le loro rappresentazioni semiotiche se essi non possono che avere relazione con le sole rappresentazioni semiotiche? L’impossibilità di un accesso diretto agli oggetti matematici, al di fuori di ogni rappresentazione semiotica, rende la confusione quasi inevitabile. E, al contrario, come possono essi acquisire la padronanza dei trattamenti matematici, necessariamente legati alle rappresentazioni semiotiche, se non hanno già un apprendimento concettuale degli oggetti rappresentati? Questo paradosso è ancora più forte se si identifica attività matematica ed attività concettuale e se si considera le rappresentazioni semiotiche come secondarie o estrinseche».

A mio avviso, siamo appena agli inizi in studi di questo tipo; e, soprattutto, siamo appena agli inizi degli studi sul senso da dare alla parola “concetto” (in generale ed in Matematica, in particolare); il fatto è che, di fronte a concetti matematici, non possiamo far altro che dare, indicare, usare, riferire etc rappresentazioni semiotiche di quei concetti, con il problema di:

- *rappresentarli* in un dato registro
- *trattare* tali rappresentazioni all’interno di un dato registro
- *convertire* tali rappresentazioni da un registro ad un altro

tutte “operazioni” metasemiotiche di grande rilievo nell’apprendimento, anzi essenziali.

Non si tratta di studi astratti o astrusi, come potrebbe apparire a chi legge distrattamente, ma di reali necessità.

Vogliamo finalmente capire il perché della mancata devoluzione da parte degli studenti? Non è detto che si tratti solo di un problema affettivo o metacognitivo

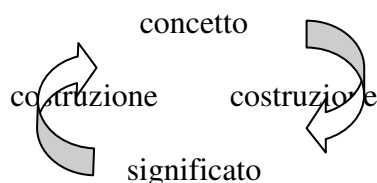
⁷ Nella *Metafisica*, Aristotele afferma che la “cosa”, in quanto parte del reale, è ciò che presenta le tre caratteristiche seguenti: 1) tridimensionalità, 2) accessibilità sensoriale multipla (cioè di più sensi alla volta) indipendente dalle rappresentazioni semiotiche e 3) possibilità di separazione materiale e da altre parti della realtà, da altre “cose”.

o di istituzionalizzazione. Il nodo potrebbe essere nell'incapacità di gestire una di tali operazioni metasemiotiche, con conseguente rinuncia, come sto cercando di provare in questi anni. Potrebbe essere l'incapacità di cogliere od accettare il passaggio alla istituzionalizzazione del rapporto personale al sapere...

Una delle difficoltà di dare definizioni sicure in questo genere di studi, è che all'idea di "concetto" partecipano tanti fattori e tante cause; per dirla in breve, e dunque in modo incompleto, non pare corretto affermare per esempio che il "concetto di retta" (supposto che esista) è banalmente quello che risiede nella mente degli scienziati che a questo argomento hanno dedicato la loro vita di studio e riflessione; sembra oggi più corretto affermare invece che vi sia una forte componente per così dire "antropologica" che mette in evidenza l'importanza delle relazioni tra $R_I(X,O)$ [rapporto istituzionale a quell'oggetto del sapere] e $R(X,O)$ [rapporto personale a quell'oggetto del sapere] (sto usando simboli e termini tratti da Chevallard, 1992). Qui, ovviamente, "oggetto del sapere" sottointende "oggetto *matematico* del sapere", quello che Chevallard (1991, pag. 8) definisce: «un emergente da un sistema di prassi dove sono manipolati oggetti materiali che si scompongono in differenti registri semiotici: registro orale, delle parole, o delle espressioni pronunciate; registro gestuale; dominio delle iscrizioni, ovvero ciò che si scrive o si disegna (grafici, formule, calcoli, ...), vale a dire registro della scrittura».

Dunque, alla "costruzione" di un "concetto" parteciperebbe tanto la parte istituzionale (il Sapere) quanto la parte personale (di chiunque abbia accesso a tale Sapere, quindi non solo lo scienziato). Su questa posizione sono schierati diversi Autori; io qui mi limito a suggerire il lavoro Godino e Batanero (1994) perché questo articolo è di straordinaria importanza nel dibattito nel quale sto tentando di inserirmi, in quanto tratta proprio dei rapporti tra significati istituzionali e personali degli oggetti matematici.

Ma allora, distinguere il "concetto" dalla sua costruzione non è facile e, forse, non è né possibile né auspicabile: un concetto è, per così dire, continuamente in fase di costruzione ed in questa stessa costruzione sta la parte più problematica e dunque ricca del suo significato:



Come non dare priorità a questo genere di interessi, mentre, contemporaneamente, la ricerca empirica procederà su una serie enorme di

percorsi paralleli, su direzioni ramificate, dando preziose indicazioni metodologiche?

Credo che il mondo della ricerca in Didattica della Matematica si spezzerà definitivamente in due: chi sempre più affronterà studi a carattere “astratto”, non legati alla realtà della vita di classe (la cosiddetta “microdidattica”), e chi continuerà a sognare che tutta questa enorme massa di ricerche, anche teoriche, dovrà confluire nelle aule, nelle competenze professionali degli insegnanti.

Io appartengo a questa seconda schiera, ed è questo il motivo per cui da ricercatore in Matematica mi sono trasformato in ricercatore in Didattica della Matematica; ed è per questo che, poco sopra, ho elencato tra le possibili ricerche future, quelle sulle quali “scommettevo”, anche l’influenza della ricerca empirica sul lavoro concreto e sulla gestione curricolare.

Forse, dopo la grande rivoluzione in Didattica degli ultimi decenni di questo millennio, si dovrà prendere una decisione a mio avviso fondamentale: che cosa fare di tutti questi risultati di ricerca e di tutte le teorie escogitate per migliorare la possibilità di offerta di apprendimento agli studenti? (Sarebbe come fare scoperte in Medicina e non volerle trasformare in cure o medicine).

Forse qualche benemerito Autore dedicherà le sue attenzioni (di ricerca, di sperimentazione) al compito che io ritengo fondamentale: migliorare l’immagine della Matematica che hanno gli studenti ed i cittadini in genere, aumentare la cultura matematica ma soprattutto aumentare l’educazione matematica di tutti.

Il risvolto empirico della ricerca è attualmente piuttosto lontano dalle aule; forse ciò è a causa del fatto che la nostra è una disciplina giovane...

Nel prossimo millennio si dovrà realizzare il traguardo più complesso: costruire curricula adeguati ai risultati ottenuti in ricerca.

Bibliografia

Artigue M. & Douady R. (1986), La didactique des mathématiques en France. *Revue française de pédagogie*, 76, 69-88.

Audigier F. (1990), *Histoire. Géographie. Éducation civique. Collège Lycée*, 8. Paris, CRDP.

Bertolini P. (ed.) (1994), *Sulla didattica*. Firenze, La Nuova Italia.

Boero P. (1992), Sulla specificità delle ricerche in didattica della matematica. Il caso del formalismo algebrico. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 15, 10, 964-986.

Brun J. (1981), À propos de la didactique des mathématiques. *Math-École*, 100-101, 14-21.

- Brun J. (1996), Évolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques. In: Brun J. (ed.) (1996), *Didactique des mathématiques*. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 19-43. [Appare anche in: Artigue M., Gras R., Laborde C. & Tavnignot P. (eds.) (1994), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*. Grenoble, La Pensée Sauvage, 67-83].
- Brun J. & Conne F. (1990), Analyses didactiques de protocoles d'observation du déroulement de situations. *Éducation et recherche*, 3, 261-286.
- Calonghi L. (ed.) (1993), *Nel bosco di Chirone. Contributi per l'identificazione della ricerca didattica*. Napoli, Tecnodid.
- Chervel A. (1988), L'histoire des disciplines scolaires. *Histoire de l'éducation*, 38, 1988.
- Chevallard Y. (1991). Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique. *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique de Grenoble*. LSD2, IMAG, Université J. Fourier, Grenoble.
- Chevallard Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12, 1, 73-112.
- Conne F. (1996), Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. In: Brun J. (ed.) (1996), *Didactique des mathématiques*. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 275-338.
- D'Amore B. (1999a). Scolarizzazione del sapere e delle relazioni: effetti sull'apprendimento della matematica. *L'insegnamento della Matematica e delle scienze integrate*. 22A, 3, 247-276. In corso di stampa su: *Relime*, Mexico DF
- D'Amore B. (1999b). *Elementi di Didattica della Matematica*. Bologna, Pitagora.
- D'Amore B. & Martini B. (1999), Sobre la preparacion teorica de los maestros de matematica. *Relime*, 1. [In corso di stampa; uscita prevista: 2000].
- Douady R. (1984), *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques*. Thèse d'État, Univ. de Paris. [Pubblicato su: *Recherches en didactique des mathématiques*, 7, 2, 1986, 5-31].
- Duval R. (1988a). Ecartis sémantiques et cohérence mathématique. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*. 1, 7-25.
- Duval R. (1988b). Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*. 1, 57-74.
- Duval R. (1988c). Graphiques et équations. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*. 1, 235-253.
- Duval R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, ULP, IREM Strasbourg. 5, 37-65.

- Duval R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne, Peter Lang.
- Genovesi G. (1996), La Didattica Generale, scienza della traslocazione delle conoscenze disciplinari. *La didattica*, 3, 35-37.
- Godino J.D. (1996), Relaciones entre la investigación en didáctica de las matemáticas y la práctica de la enseñanza. In: Puig L. & Calderon J. (eds.) (1996), *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*. Madrid, CIDE (Ministerio de Educación y Ciencia), 119-137.
- Godino J.D. & Batanero C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3, 325-355.
- Kintzler C. (1989), Éléments. In: AA. VV. (eds.), *Écrits de Condorcet*. Paris, Edilig.
- Lacombe D. (1985), La didactique des disciplines. In: AA. VV. (1985), *Encyclopedia Universalis*, Paris, 394-396.
- Loria G. (1933), Commission internationale de l'enseignement mathématique. La préparation théorique et pratique des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire dans les divers pays. I. Rapport général. *L'enseignement mathématique*, XXXII, 5-20.
- Mialaret G. (1982), *Les sciences de l'éducation pour l'ère nouvelle*. Caen, Cerse.
- Schubauer-Leoni M.L. (1996), Il contratto didattico come luogo di incontro, di insegnamento e di apprendimento. In: Gallo E., Giacardi L. & Roero C.S. (eds.) (1996), *Conferenze e seminari 1995-1996*. Associazione Subalpina Mathesis - Seminario di Storia delle Matematiche "T. Viola", Torino, 21-32.
- Vergnaud G. (1985a), Psicologia cognitiva ed evolutiva. Ricerca in didattica della matematica: alcune questioni teoriche e metodologiche. In: Chini Artusi L. (ed.) (1985), *Numeri e operazioni nella scuola di base*. Bologna, Zanichelli-UMI, 20-45.
- Vergnaud G., Holbwachs F., Rouchier A. (1977), Structure de la matière enseignée, histoire des sciences et développement conceptuel chez l'élève. *Revue française de pédagogie*, 45, 7-15.
- Vygotskij L.S. (1977), *Pensamiento y Lenguaje*. Buenos Aires, La Pléyade. [La I ed., Cambridge, MIT Press, 1962, è un riassunto tratto dalla ed. originale in lingua russa, raccolta di articoli pubblicati a Mosca nel 1956].